Ermüdungsfestigkeit

B. Leitner, A. G. Fiedler, M. Leitner

# FKM-konformer Ermüdungsfestigkeitsnachweis bei nichtproportionalen Beanspruchungen

Fatigue Strength Assessment According to the FKM-Guideline in Case of Non-Proportional Stresses

Inhalt

Für Maschinenbauteile, die zyklischen Belastungen und insbesondere nichtproportionalen Beanspruchungen unterworfen sind, bieten Regelwerke wie die FKM-Richtlinie dem Berechnungsingenieur bestenfalls konservative Näherungsverfahren zur Bewertung der Ermüdungsfestigkeit an. Eine prinzipielle Schwierigkeit liegt dabei in den sich ständig ändernden Hauptspannungsrichtungen, weshalb eine einfache Bestimmung von Hauptnormalspannungsamplituden nicht möglich ist. Aus diesem Grund wurde bei der Ingenieurbüro Fiedler GmbH ein neuartiges Tensortransformationsverfahren entwickelt, mit dem die schädigungsrelevanten Normalspannungsamplituden bei nichtproportionalen Beanspruchungen berechnet werden können. Gegenüber der von der FKM-Richtlinie vorgeschlagenen Näherungslösung lässt sich damit die Treffsicherheit der Lebensdauerabschätzung signifikant verbessern. **Abstract** For a fatigue assessment of mechanical parts which are subject

to cyclic loading, and in particular non-proportional stresses, standards like the FKM-guideline only provide conservative assessment procedures. Complexity of determining principal stress amplitudes is caused by continuously varying principal stress directions. Therefore Ingenieurbüro Fiedler GmbH developed an innovative tensor transformation approach to evaluate the principal stress amplitudes in case of non-proportional stresses. Compared to the approximate assessment as recommended by the FKM-guideline, the accuracy of life-time assessment can be improved significantly.

#### Autoren

Dipl.-Ing. Benjamin Leitner FE-Berechnung und Softwareentwicklung

Dipl.-Ing. Alois Georg Fiedler Geschäftsführer, Leiter F&E

beide: Ingenieurbüro Fiedler GmbH Max-Tendler-Str. 19/1 A-8700 Leoben Tel.: +43 38 42/4 55 07, Fax: -99 E-Mail: georg.fiedler@ib-fiedler.at www.ib-fiedler.at

Dipl.-Ing. Dr. Martin Leitner Forschungsgruppenleiter Technologische Prozesse Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau Montanuniversität Leoben Franz-Josef-Str. 18, A-8700 Leoben Tel.: +43 38 42/4 02 -14 01, Fax: -14 02 http://amb.unileoben.ac.at

## 1 Einleitung

Für den rechnerischen Nachweis der Ermüdungsfestigkeit nichtgeschweißter, volumenförmiger Bauteile sind nach der FKM-Richtlinie [1] die Amplituden der Hauptnormalspannungen zu bestimmen, wobei dies im Fall nichtproportionaler Beanspruchungen aufgrund zeitlich veränderlicher Hauptspannungsrichtungen nicht unmittelbar möglich ist. Aus diesem Grund schlägt die FKM-Richtlinie eine Näherungslösung vor, bei der die Auslastungsgrade zufolge der einzelnen Belastungen linear zum Gesamtauslastungsgrad addiert werden. Dieser Ansatz führt im Allgemeinen zu deutlich konservativen Ergebnissen.

Der vorliegende Beitrag stellt ein neuartiges Tensortransformationsverfahren (TTV) vor, welches die Bestimmung von schädigungsrelevanten Normalspannungsamplituden bei nichtproportionalen Beanspruchungen ermöglicht. Der Ermüdungsfestigkeitsnachweis wird in Übereinstimmung mit der FKM-Richtlinie mit den Amplituden der Hauptnormalspannungen durch Bestimmung der ungünstigsten Kombination der Normalspannungsamplituden in allen Raumrichtungen geführt. Die Konservativität der Auslegung kann damit gegenüber der Näherungslösung signifikant verringert werden, womit genauere Lebensdauerabschätzungen möglich sind. [2]

# **FACHAUFSATZ**

#### Ermüdungsfestigkeit

#### 2 Rechnerischer Nachweis der Ermüdungsfestigkeit nach der FKM-Richtlinie

Entsprechend der FKM-Richtlinie [1] sind die zyklischen Auslastungsgrade für die einzelnen Spannungsrichtungen in nichtgeschweißten, volumenförmigen Bauteilen (Bild 1) mit den Amplituden der Hauptnormalspannungen zu bilden. In Abhängigkeit der Duktilität des Werkstoffs wird der zyklische Vergleichsauslastungsgrad a<sup>(p)</sup><sub>BK</sub> bei proportionalen Beanspruchungen mit dem Duktilitätsfaktor q als ein gewogenes Mittel aus den Anteilen a<sub>NH</sub> und a<sub>GH</sub> nach der Normalspannungs- bzw. Gestaltänderungsenergiehypothese in der Form einer Interaktionsgleichung gebildet, Glg. (1).

$$\mathbf{a}_{\mathrm{BK}}^{(\mathrm{p})} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{a}_{\mathrm{NH}} + \left(1 - \mathbf{q}\right) \cdot \mathbf{a}_{\mathrm{GH}} \le 1, 0 \tag{1}$$

Nach der FKM-Richtlinie gilt die Interaktionsgleichung für proportionale und annähernd für synchrone Beanspruchungen. Beim nunmehr erprobten Tensortransformationsverfahren kommt diese unter Berücksichtigung aller Raumrichtungen auch bei nichtproportionalen Beanspruchungen zur Anwendung, wobei die Normalspannungsamplituden im Nachweispunkt als stets gegensinnig wirkend angenommen werden.

An die Stelle der Interaktionsgleichung tritt nach [1] eine Näherungslösung, wenn der Festigkeitsnachweis bei nichtproportionalen Beanspruchungen nicht mit dem Tensortransformationsverfahren oder einem anderen geeigneten Verfahren geführt wird. Die konservative Vorgehensweise des gleichzeitigen Auftretens der Maximalamplituden geht davon aus, dass jede Belastung für sich im Nachweispunkt proportionale Beanspruchungen erzeugt. Die Hauptspannungsrichtungen der einzelnen Belastungen weichen in der Regel deutlich voneinander ab, daher werden die Auslastungsgrade  $a_{BK}^{(p)}$  zufolge n verschiedener Belastungen linear zum Gesamtauslastungsgrad addiert, Glg. (2).

$$a_{BK}^{(np)} = \sum_{n} a_{BK,n}^{(p)} \le 1,0$$
 (2)

Versuche in [3] zeigen, dass die Ergebnisse der Näherungslösung für nichtproportionale Beanspruchungen weit auf der sicheren Seite liegen.

Während im Fall zeitlich konstanter Hauptspannungsrichtungen Amplituden und Mittelwerte direkt aus den Größen der Hauptnormalspannungen berechnet werden können (Bild 2), ist dies im Fall zeitlich veränderlicher Hauptspannungsrichtungen (Bild 3) nicht möglich. Die Berechnung wie



Geometrie und komplexe Beanspruchungen im Triebstrang eines Schaufelradgetriebes (Mit freundlicher Genehmigung von Sandvik Mining and Construction GmbH Zeltweg)

Bild 1

für zeitlich konstante Hauptspannungsrichtungen führt somit zwangsläufig zu unzutreffenden Beträgen der Hauptnormalspannungsamplituden. Einen Ansatz zur Bestimmung der Amplituden der Hauptnormalspannungen in Übereinstimmung mit der FKM-Richtlinie stellt das Tensortransformationsverfahren dar.

#### 3 Tensortransformationsverfahren

#### 3.1.Transformation der Spannungstensoren in gedrehte Koordinatensysteme

An ein geeignetes Verfahren zur Bestimmung von schädigungsrelevanten Normalspannungsamplituden ist zunächst die Anforderung zu stellen, dass für einen einzelnen Spannungstensor unter der Betrachtung aller Raumrichtungen die Hauptnormalspannungen ermittelt werden können. Dies kann durch schrittweise Transformation des Spannungstensors in gedrehte Koordinatensysteme erreicht werden. Nimmt das gedrehte Koordinatensystem die Hauptlage des Spannungstensors an, erreichen alle Normalspannungen zugleich die Werte der Hauptnormalspannungen.

Allen Verfahren der kritischen Schnittebene haftet der Nachteil an, dass durch die Bestimmung je einer Spannungskomponente in der und normal zur Schnittebene die Information über die Richtung der Schubspannung verloren geht. Daraus lässt sich die Schlussfolgerung ziehen, dass mit einer schrittweisen Drehung um nur zwei Achsen der Hauptspannungszustand nicht bestimmt werden kann. Ein zur Bestimmung von Hauptnormalspannungen geeignetes Transformationsverfahren benötigt daher die Drehung um drei Achsen, wie dies in Bild 4 dargestellt ist.

Den Zusammenhang zwischen dem im Elementkoordinatensystem (X<sub>0</sub>, Y<sub>0</sub>, Z<sub>0</sub>) definierten Spannungstensor für einen Grundlastfall  $\frac{S}{=}(0,0,0)$  und dem in den Rotationszustand ( $\alpha,\beta,\gamma$ ) transformierten Spannungstensor  $\frac{S}{=}(\alpha,\beta,\gamma)$  beschreibt Glg. (3).

$$\underbrace{\underline{S}}_{\underline{\alpha}}(\alpha,\beta,\gamma) = \\ = \underbrace{\underline{R}}_{\underline{\alpha}}(\alpha,\beta,\gamma) \cdot \underbrace{\underline{S}}_{\underline{\alpha}}(0,0,0) \cdot \underbrace{\underline{R}}_{\underline{\alpha}}(\alpha,\beta,\gamma)^{\mathrm{T}}$$
(3)

Die Drehmatrix  $\underline{\mathbb{R}}(\alpha,\beta,\gamma)$  repräsentiert nacheinander ausgeführte Drehungen des Koordinatensystems, Bild 4. Die Reihenfolge der Drehungen wird durch eine nichtkommutative Matrizenmultiplikation der Drehmatrizen des Raumes [4] bestimmt, Glg. (4).

$$\underline{\underline{R}}(\alpha,\beta,\gamma) = \underline{\underline{R}}_{z}(\gamma) \cdot \underline{\underline{R}}_{y}(\beta) \cdot \underline{\underline{R}}_{x}(\alpha)$$
(4)

## **FACHAUFSATZ**

#### Ermüdungsfestigkeit



Hauptnormalspannungsamplituden im Hauptachsensystem bei zeitlich konstanten Hauptspannungsrichtungen (proportionale Beanspruchungen) [2]

Zur Betrachtung aller Raumrichtungen werden die Drehwinkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  mit der Winkelschrittweite  $\Delta$  von 0° bis (180°–  $\Delta$ ) variiert. Dabei ist  $\Delta$  so zu wählen, dass 180/ $\Delta$  ganzzahlig ist, da z. B. bei  $\Delta$  = 40° nur von 0° bis 120° gedreht wird.

Je kleiner die Winkelschrittweite  $\Delta$ , umso genauer stimmen die approximierten Hauptnormalspannungen mit den Eigenwerten des Spannungstensors überein. Allerdings steigen der Rechenaufwand und die Anzahl der Rotationszustände je Knoten mit der dritten Potenz der Winkelschrittweite. Gute Kompromisse zwischen möglichst geringer Rechenzeit und hinreichender Genauigkeit der Ergebnisse zeigen sich bei Winkelschrittweiten zwischen 15° und 30°.





Zeitlich veränderliche Hauptspannungsrichtungen (nichtproportionale Beanspruchungen) [2]

Legen $\sigma_1^{(1)}$	de 1. Hauptnormalspannung unter Lastfall 1, $\sigma_1^{(1)} \perp \sigma_2^{(1)}$
$\sigma_1^{(1)}$	2. Hauptnormalspannung unter Lastfall 1, $\sigma_1^{(1)} \perp \sigma_2^{(1)}$
$\sigma_{1}^{(2)}$	1. Hauptnormalspannung unter Lastfall 2, $\sigma_1^{(2)} \perp \sigma_2^{(2)}$
$\sigma_2^{(2)}$	2. Hauptnormalspannung unter Lastfall 2, $\sigma_1^{(2)} \perp \sigma_2^{(2)}$

- x', y' Hauptspannungsrichtungen unter Lastfall 1
- x", y" Hauptspannungsrichtungen unter Lastfall 2

#### 3.2.Nachweis mit den Amplituden der Hauptnormalspannungen

Im Fall von zyklischen, nichtproportionalen Beanspruchungen müssen anstatt von Hauptnormalspannungen nun die Amplituden der Hauptnormalspannungen für den FKM-konformen Ermüdungsfestigkeitsnachweis ermittelt werden. Dazu wird der Nachweis mit den Normalspannungsamplituden in jedem Rotationszustand  $(\alpha,\beta,\gamma)$  geführt und der Vergleichsauslastungsgrad  $a_{BK}^{(p)}$  anhand der Interaktionsgleichung bestimmt. Der größte Wert des Vergleichsauslastungsgrades aus allen Rotationszuständen kennzeichnet das ungünstigste Zusammenwirken der Normalspannungsamplituden. Im kritischen Rotationszustand (Maximum aller  $a_{BK}^{(p)}$  am Berechnungsknoten) wird daher der Nachweis mit Hauptnormalspannungsamplituden geführt, ins-

Legende

- $\alpha$  Drehwinkel um die X<sub>0</sub>-Achse des Elementkoordinatensystems
- β Drehwinkel um die Y<sub>1</sub>-Achse des durch Drehung um α erhaltenen Koordinatensystems
- $\begin{array}{ll} \gamma & & \mbox{Drehwinkel um die $Z_2$-Achse des durch Drehung um $\beta$ erhaltenen} \\ & & \mbox{Koordinatensystems} \end{array}$
- X<sub>0</sub>, Y<sub>0</sub>, Z<sub>0</sub> Achsen des Elementkoordinatensystems
- $X_1, Y_1, Z_1\,$  Achsen des durch Drehung um  $\alpha$  erhaltenen Koordinatensystems
- $X_2,Y_2,Z_2\,$  Achsen des durch Drehung um  $\beta$  erhaltenen Koordinatensystems
- $X_3, Y_3, Z_3$  Achsen des durch Drehung um  $\gamma$  erhaltenen Koordinatensystems

Tensortransformationsverfahren [2]

#### Ermüdungsfestigkeit



Legende RZ ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) Rotationszustand des Spannungstensors

besondere rechtfertigt sich die Bewertung mit der Interaktionsgleichung durch die schrittweise Betrachtung aller Raumrichtungen.

#### 3.3.Implementierung in das Softwarepaket IBF-Fatigue

Bei der Ingenieurbüro Fiedler GmbH wurde das Softwarepaket "IBF-Fatigue" entwickelt, weil der Forderung im Schwermaschinenbau nach strenger Normkonformität der Auslegung mit den empirischen Ansätzen kommerzieller Softwarepakete nicht nachgekommen werden kann. Des Weiteren stellen firmeninternes Modellierungs- und Berechnungs-Knowhow besondere Anforderungen an ein Nachlaufprogramm zur Spannungsbewertung.

IBF-Fatigue dient der automatisierten und streng regelkonformen Bewertung numerisch berechneter, linear-elastischer Spannungen. Die Nachweise der statischen Festigkeit und der Ermüdungsfestigkeit erfolgen nach nationalen und internationalen Regelwerken wie der Kranbaunorm EN 13001 [5], dem Australian Standard AS 4100 [6] oder der FKM-Richtlinie [1], derzeit werden die Methodiken weiterer Regelwerke (Eurocode 3 [7], ASME-Code [8] und AD-Regelwerk [9]) implementiert. Die Auswertung ist für Balken-, Schalen- und Volumenelemente möglich, wobei zwischen geschweißten und nichtgeschweißten Strukturbereichen unterschieden wird.

Für jeden Modellknoten werden die mithilfe Finite-Elemente-Meder thode (FEM) berechneten Spannungen von Grundlastfällen anhand einer Kombinationsmatrix unter Berücksichtigung der Schwingungsform, des Spannungsverhältnisses, der Phasenverschiebung und von Frequenzunterschieden linear zum Beanspruchungskollektiv kombiniert. Mit den daraus bestimmten Kollektivkennwerten wird der Ermüdungsfestigkeitsnachweis geführt, Bild 5. Im Fall von Volumenelementen wird zu jedem Oberflächenknoten ein entsprechender Referenzknoten zur Berechnung des Spannungsgradienten ermittelt.

## 4 Validierung des Tensortransformationsverfahrens

Um die Gültigkeit der Berechnungsmethodik des Tensortransformationsverfahrens unter verschiedenen Beanspruchungskonstellationen zu überprüfen, wurden die Ergebnisse von insgesamt *81* Versuchsreihen mit proportionalen und nichtproportionalen Beanspruchungen an nichtgeschweißten Rundproben aus Stahl und Eisengusswerkstoffen aus der Literatur [10–17] den entsprechenden Berechnungsergebnissen nach der FKM-Richtlinie gegenübergestellt.

#### 4.1.Vorgehensweise

Ausgangspunkt bei der Validierung des Tensortransformationsverfahrens ist die experimentell ermittelte Versuchs-Lebensdauerlinie im Zeitfestigkeitsbereich für eine Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_{\tilde{U}} = 97,5 \%$ . Wie Bild 6 verdeutlichen soll, dient der Punkt  $\hat{\sigma}_{a}$ - $\bar{N}$  auf der Versuchs-Lebensdauerlinie (Neigung k<sub>Exp</sub>) als Eingangsgröße für die Berechnung und damit der Gegenüberstellung mit der rechnerisch ermittelten Bauteil-Lebensdauerlinie (Neigung k<sub>FKM</sub>). Das Ergebnis liegt auf der sicheren Seite, wenn die Berechnung einen zyklischen Auslastungsgrad größer als 1,0 liefert, die ertragbare Spannungsamplitude wird also von der FKM-Richtlinie unterschätzt. Beim Rechnungs-Versuchs-Vergleich ist zu beachten, dass aufgrund der zuvor beschriebenen Methodik für den zyklischen Auslastungsgrad des Betriebsfestigkeitsversuches stets  $AG_{Exp} = 1,0$  gilt.

IBF-Fatigue liefert als Ergebnis des FKMkonformen Tensortransformationsverfahrens den zyklischen Auslastungsgrad AG<sub>TTW</sub> der bei der Gesamtzyklenzahl  $\overline{N}$  das Verhältnis von dem im Versuch ermittelten ertragbaren Kollektivgrößtwert  $\hat{\sigma}_a$  zur rechnerisch ertragbaren Amplitude der Bauteil-Betriebsfestigkeit  $\sigma_{BK}$  darstellt.

Da rechnerische Bauteil-Lebensdauerlinie und Versuchs-Lebensdauerlinie im Allgemeinen unterschiedliche Neigungen aufweisen, wurden sämtliche Validierungsberechnungen für das untere Ende der Zeitfestigkeitsgeraden durchgeführt, sodass der Betriebsfestigkeitsfaktor  $K_{BK}$  nach [1] zwischen 1,0 und 1,05 liegt. Den Berechnungen

## Ermüdungsfestigkeit



Bild 6

Validierung des Tensortransformationsverfahrens durch Gegenüberstellung experimentell und nach der FKM-Richtlinie rechnerisch bestimmter Lebensdauerlinien [2]

#### Legende

- A<sub>ele</sub> Abstand zwischen Wöhler- und Versuchslebensdauerlinie nach dem Verfahren Miner elementar (mit dem Völligkeitsmaß v und der Neigung der Wöhlerlinie k)
- AG zyklischer Auslastungsgrad
- j<sub>D</sub> Gesamtsicherheitsfaktor
- K<sub>BK</sub> Betriebsfestigkeitsfaktor
- k<sub>Exp</sub> Neigung der experimentell ermittelten Bauteil-Lebensdauerlinie
- k<sub>FKM</sub> Neigung der Bauteil-Wöhlerlinie nach der FKM-Richtlinie
- N Gesamtzyklenzahl

OfK Oberflächenknoten

- RefK Referenzknoten
- R<sub>p</sub> Bauteil-Normwert der Fließgrenze
- Δs Abstand zwischen Oberflächen- und Referenzknoten
- $\Delta \sigma_a$  Differenz der Spannungsamplituden zwischen Oberflächen- und Referenzknoten
- $\hat{\sigma}_a$  Kollektivgrößtwert der örtlichen Normalspannungsamplitude
- $\sigma_{\! AK}$  Bauteil-Dauerfestigkeit
- $\sigma_{\scriptscriptstyle BK}~$ ertragbarer Kollektivgrößtwert der Amplitude der Bauteil-Betriebsfestigkeit

liegen die experimentell ermittelten statischen und zyklischen Festigkeitskennwerte  $R_m$ ,  $R_p$ ,  $\sigma_{W,zd}$  und  $\tau_{W,s}$  für  $P_U = 97,5 \%$  zugrunde und es wurde der Gesamtsicherheitsfaktor  $j_D = 1,0$  gewählt.

Um neben dem direkten Vergleich von  $AG_{TTV}$  mit Versuchsergebnissen auch eine Gegenüberstellung mit der Interaktionsgleichung bzw. der Näherungslösung zu ermöglichen, wurden die Betriebsfestigkeitsversuche zusätzlich analytisch nachgerechnet. Aufgrund der getrennten Betrachtung der Spannungsrichtungen geht dabei lediglich das Spannungsverhältnis in die Berechnung ein. Je nachdem, ob die Beanspruchungen proportional oder nichtproportional sind, wird das Ergebnis der analytischen Berechnung  $AG_{FKM}$  nach der Interaktionsgleichung  $\binom{(p)}{a_{BK}^{(p)}}$  oder nach der Näherungslösung  $\binom{(p)}{a_{BK}^{(p)}}$  berechnet.

#### 4.2. Gegenüberstellung der Ergebnisse

#### 4.2.1. Proportionale Beanspruchungen

Die Versuchsreihen mit proportionalen Beanspruchungen lassen erkennen, dass die analytische Berechnung mit der Interaktionsgleichung bis auf wenige Ausnahmen um rund 15 % geringere zyklische Auslastungsgrade liefert als die Berechnung mit dem Tensortransformationsverfahren. Dies gilt sowohl für konservative als auch für nicht-konservative Berechnungsergebnisse, weshalb sich teils deutliche Unter- bzw. Überschätzungen der ertragbaren Amplituden auf die generelle Berechnungsmethodik der FKM-Richtlinie zurückführen lassen.

#### 4.2.2. Nichtproportionale Beanspruchungen

Im Gegensatz dazu zeigen die Versuchsreihen mit nichtproportionalen Beanspruchungen, dass die Berechnungsergebnisse nahezu ausschließlich auf der sicheren Seite liegen, wobei das Tensortransformationsverfahren in der Regel dem Versuch näher kommt als die FKM-Näherungslösung.

Bild 7 veranschaulicht, dass die Ergebnisse AG<sub>TTV</sub> der Versuchsreihen mit nichtproportionalen Beanspruchungen [16] bei geringer Kerbschärfe um den Wert 1,0 streuen, wobei die Konservativität mit größer werdender Formzahl zunimmt. Die Erklärung dafür findet sich im örtlichen Spannungskonzept. Einerseits ändert sich das Schädigungs- bzw. Bruchverhalten gekerbter Bauteile, andererseits wird der bei schärfer werdenden Kerben zunehmende Anteil der Rissfortschrittsphase an der Lebensdauer vom örtlichen Spannungskonzept nicht berücksichtigt. Die Stieler'sche Stützzahl ist im Zusammenhang mit scharfen Kerben als nicht vollkommen zutreffend anzusehen [18]. Des Weiteren können insbesondere bei Kollektiven mit geringer Völligkeit die mit geringer Häufigkeit auftretenden Kollektivgrößtwerte zu plastischen Dehnungen und in weiterer Folge zu Ver- bzw. Entfestigungseffekten im Kerbgrund führen.



Gegenüberstellung zyklischer Auslastungsgrade  $AG_{TTV}$  mit Versuchsergebnissen ( $AG_{Exp} = 1,0$ ) für Versuchsreihen mit nichtproportionalen Beanspruchungen [2]

#### Legende

 $AG_{TTV}$  zyklischer Auslastungsgrad, mit dem Tensortransformationsverfahren berechnet  $AG_{Exp}$  zyklischer Auslastungsgrad des Betriebsfestigkeitsversuches (hier stets 1,0)  $K_{tz}$  Formzahl (Spannungskonzentrationsfaktor) bei Zugbelastung

Neben dem Anstieg der Konservativität lässt sich mit zunehmender Kerbschärfe ein Abfallen des relativen Fehlers zwischen der Näherungslösung  $a_{BK}^{(np)}$  und dem Ergebnis des Tensortransformationsverfahrens  $AG_{TTV}$ feststellen (Bild 8), da die mehrachsige Beanspruchung im Kerbgrund von der analytischen Berechnung nicht erfasst wird. In diese geht lediglich eine überhöhte Nennspannung ein. Das Tensortransformationsverfahren hingegen berücksichtigt alle Spannungsrichtungen, wodurch die Annäherung von  $a_{BK}^{(np)}$  und  $AG_{TTV}$  mit zunehmender Formzahl erklärt werden kann.

Im Bereich technisch üblicher Kerbgeometrien mit Formzahlen von  $K_{t,z}$  bis etwa 2,5



Gegenüberstellung zyklischer Auslastungsgrade AG<sub>TTV</sub> mit Ergebnissen der Näherungslösung  $a_{BK}^{(np)}$  für Versuchsreihen mit nichtproportionalen Beanspruchungen sowie Einfluss der Formzahl K<sub>t,z</sub> auf den relativen Fehler zwischen Näherungslösung und Tensortransformationsverfahren [2]

[19] kann durch das Tensortransformationsverfahren die Überschätzung des Auslastungsgrades um rund 40 % gegenüber der Näherungslösung verringert werden, Bild 8. Das Verfahren unterstützt damit den Leichtbaugedanken bei der Dimensionierung nichtgeschweißter, volumenförmiger Bauteile nach der FKM-Richtlinie.

#### 5 Zusammenfassung und Ausblick

Die Treffsicherheit eines Ermüdungsfestigkeitsnachweises und damit die Übereinstimmung der Versuchs- mit den Berechnungsergebnissen hängen maßgeblich von der Qualität der Eingabedaten ab. Den größten Einfluss auf das Ergebnis haben dabei die Zugfestigkeit, der Zugdruckwechselfestigkeitsfaktor sowie der Schubwechselfestigkeitsfaktor, welcher in der Gestalt des Duktilitätsfaktors im Vergleichsauslastungsgrad die Anteile an Normalspannungs- und Gestaltänderungsenergiehypothese steuert.

Das vorgestellte Tensortransformationsverfahren kommt zur Anwendung, wenn der Nachweis der Ermüdungsfestigkeit in nichtgeschweißten Bauteilen unter nichtproportionalen Beanspruchungen in strenger Übereinstimmung mit der FKM-Richtlinie zu führen ist. Es ermöglicht die Bestimmung von Hauptnormalspannungsamplituden bei nichtproportionalen Beanspruchungen durch schrittweise Transformation von Spannungstensoren in gedrehte Koordinatensysteme. Dadurch rückt der rechnerische Auslastungsgrad wesentlich näher an Versuchsergebnisse heran als jener nach der FKM-Näherungslösung. Eine Reduktion der Teilsicherheitsfaktoren ist bei strikter Anwendung der FKM-Richtlinie nicht möglich.

Bei der Anwendung des Tensortransformationsverfahrens ist zu beachten, dass das bezogene Spannungsgefälle bei nichtproportionalen Beanspruchungen nicht exakt be-

#### Legende

AG<sub>TTV</sub> zyklischer Auslastungsgrad, mit dem Tensortransformationsverfahren berechnet  $a_{\rm RK}^{\rm (np)}$ zyklischer Auslastungsgrad nach der FKM-Näherungslösung für nichtproportionale Beanspruchungen Relativer Fehler zwischen frel den zyklischen Auslastungsgraden nach der FKM-Näherungslösung und dem Tensortransformationsverfahren K<sub>t,z</sub> Formzahl (Spannungskonzentrationsfaktor) bei Zugbelastung

# FACHAUFSATZ

## Ermüdungsfestigkeit

rechnet werden kann und daher vom Anwender kritisch zu hinterfragen ist. Des Weiteren gibt der kritische Rotationszustand keine Auskunft über die Richtung des zu erwartenden Anrisses, da das Maximum des Vergleichsauslastungsgrades lediglich das ungünstigste Zusammenwirken der Normalspannungsamplituden kennzeichnet. Weiterer Forschungs- und Entwicklungsbedarf besteht insbesondere in der Erweiterung und Verbesserung von Normen und Regelwerken hinsichtlich der Ermüdung unter nichtproportionalen Beanspruchungen. Die präsentierten Validierungsberechnungen zeigen die grundlegende Übereinstimmung von Berechnungs- und Versuchsergebnissen. Das Tensortransformationsverfahren erfüllt die Anforderungen des FKM-konformen Ermüdungsfestigkeitsnachweises nichtgeschweißter Bauteile. Im Hinblick auf nichtproportionale Beanspruchungen in geschweißten Strukturen ist eine Erweiterung der derzeit vorgestellten Berechnungskonzepte Gegenstand der Forschung [20].

# Literatur

 Forschungskuratorium Maschinenbau:
 Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus
 Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen,
 Auflage. Frankfurt am Main, VDMA-Verlag,
 2012

[2] Leitner, B.: Erweiterung des FKM-konformen Ermüdungsfestigkeitsnachweises für nichtproportionale Beanspruchungen. Masterarbeit, Montanuniversität Leoben, 2013 [3] Hänel, B.; Kullig, E.; Vormwald, M.; Versch, C.; Hertel, O.; Esderts, A.; Hinkelmann, K.; Siegele, D.; Hohe, J.: FKM-Heft 306. Verbessertes Berechnungskonzept FKM-Richtlinie. Vorhaben Nr. 282. Frank-

furt am Main, 2010 [4] Klein, B.: FEM. Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau. Wiesbaden, Vieweg, 7. Aufl. 2007 [5] Europäisches Institut für Normung: EN 13001-3-1. Krane -Konstruktion allgemein. Teil 3-1: Grenzzustände und Sicherheitsnachweis von Stahltragwerken, 2012 [6] Standards Australia: AS 4100. Steel structures, 1998 [7] Europäisches Institut für Normung: EN 1993-1-9. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten. Teil 1–9: Ermüdung, 2005 [8] American Society of

Mechanical Engineers: ASME Boiler and Pressure Vessel Code. Section VIII, Division 2: Rules for Construction of Pressure Vessels, 2007 [9] Arbeitsgemeinschaft Druckbehälter: AD 2000-Regelwerk, 2003 [10] Sanetra, C.; Amstutz H.: FKM-Heft 153. **Betriebsfestiakeit** (mehrachsig) I. Vorhaben Nr. 108: Betriebsfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung, 1990 [11] Esderts, A.: Betriebsfestigkeit bei mehrachsiger Biegeund Torsionsbeanspruchung. Dissertation, TU Clausthal, 1995 [12] Müller, A.: Zum Festigkeitsverhalten von mehrachsig stochastisch beanspruchtem Gußeisen mit Kugelgraphit und Temperguß. Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit Darmstadt, 1994 [13] Bernasconi, A.; Foletti, S.; Papadopoulos, I. V.: A study on combined torsion and axial load fatigue limit tests with stresses of different frequencies. International Journal of Fatigue 30(8), S. 1430–40, 2008

[14] Brune, M.: Erstellung eines Beanspruchungsstandards für
Walzwerksantriebe und experimentelle Überprüfung der Lebensdauerabschätzungsmethoden.
Dissertation, TU Clausthal, 1991
[15] Atzori, B.; Berto,
F.; Lazzarin, P.; Quaresimin, M.: Multi-axial fatigue behaviour of a severely notched carbon steel. International Journal of Fatigue 28(5–6), S. 485–93, 2006

[16] Susmel, L.; Taylor, D.: A critical distance/ plane method to estimate finite life of notched components under variable amplitude uniaxial/multiaxial fatique loading. International Journal of Fatigue 38, S. 7-24, 2012 [17] Hück, M.; Schütz, W.: Moderne Schwingfestigkeitsdaten zur Bemessung von Bauteilen aus Späroguß und Temperguß. Konstruieren und Gießen 10(3), S. 4-19, 1985 [18] Niessner, M.; Seeger, T.; Siegele, D.: Festigkeitsnachweis scharf

gekerbter Bauteile. In: Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile. Empfehlungen für Entwicklungsingenieure und Konstrukteure (VDI-Berichte 1689), Hq. Verein Deutscher Ingenieure, Düsseldorf, VDI Verlag, S. 375-94, 2002 [19] Haibach, E.: Betriebsfestigkeit. Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. Berlin, Springer, 3. Auflage, 2006 [20] Sonsino, C. M.: Multiaxial fatigue as-

Multiaxial fatigue assessment of welded joints – Recommendations for design codes. International Journal of Fatigue 31(1), S. 173–87, 2009